

Matematica III

Docente: Giulio Galise

CdL in Statistica, Economia, Finanza e Assicurazioni, A.A. 2021/2022

Esercitazione 5

Esercizio 1. Determinare i punti critici delle seguenti funzioni e studiarne la natura (massimo/minimo relativo, sella):

(a) $f(x, y) = x^3 + y^3 + xy$

(b) $f(x, y) = \frac{xy}{1+x^2+y^2}$

(c) $f(x, y) = (x - y^2)e^{-x}$

(d) $f(x, y) = 2x^2y + 2xy^2 - x^2y^2 - 4xy$

(e) $f(x, y) = xye^{-x^2-y^2}$

(f) $f(x, y) = \cos(x + y) + \cos(x - y)$

(g) $f(x, y) = x^4 - 4x^2y + y^2$

(h) $f(x, y, z) = \sin x + y^2 - z^2$

Esercizio 2. Determinare, se esistono, i punti di massimo e minimo relativi ed assoluti delle seguenti funzioni:

(a) $f(x, y) = 1 + y^3(x - \arctan y)^2$

(b) $f(x, y) = xy|y|$

(c) $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^4}$

Esercizio 3. Scrivere la formula di Taylor (2° ordine con resto di Peano) della funzione $f(x, y)$ centrata in (x_0, y_0) nei seguenti casi:

(a) $f(x, y) = \sin(xy) - \log(x^2)$, $(x_0, y_0) = (1, 0)$

(b) $f(x, y) = e^{x^2} - x^2 - \cos y$, $(x_0, y_0) = (0, 0)$.

Calcolare poi, se esistono, i limiti

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,0)} \frac{\sin(xy) - \log(x^2) - yx + 2(x-1)}{|x-1| + y^2}, \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^{x^2} - x^2 - \cos y}{x^2 + y^2}.$$