

# Matematica III

Docente: Giulio Galise

CdL in Statistica, Economia, Finanza e Assicurazioni, A.A. 2021/2022

## Esercitazione 5

**Esercizio 1.** Determinare i punti critici delle seguenti funzioni e studiarne la natura (massimo/minimo relativo, sella):

(a)  $f(x, y) = x^3 + y^3 + xy$

(b)  $f(x, y) = \frac{xy}{1+x^2+y^2}$

(c)  $f(x, y) = (x - y^2)e^{-x}$

(d)  $f(x, y) = 2x^2y + 2xy^2 - x^2y^2 - 4xy$

(e)  $f(x, y) = xye^{-x^2-y^2}$

(f)  $f(x, y) = \cos(x + y) + \cos(x - y)$

(g)  $f(x, y) = x^4 - 4x^2y + y^2$

(h)  $f(x, y, z) = \sin x + y^2 - z^2$

**Esercizio 2.** Determinare, se esistono, i punti di massimo e minimo relativi ed assoluti delle seguenti funzioni:

(a)  $f(x, y) = 1 + y^3(x - \arctan y)^2$

(b)  $f(x, y) = xy|y|$

(c)  $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^4}$

**Esercizio 3.** Scrivere la formula di Taylor (2° ordine con resto di Peano) della funzione  $f(x, y)$  centrata in  $(x_0, y_0)$  nei seguenti casi:

(a)  $f(x, y) = \sin(xy) - \log(x^2)$ ,  $(x_0, y_0) = (1, 0)$

(b)  $f(x, y) = e^{x^2} - x^2 - \cos y$ ,  $(x_0, y_0) = (0, 0)$ .

Calcolare poi, se esistono, i limiti

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,0)} \frac{\sin(xy) - \log(x^2) - yx + 2(x-1)}{|x-1| + y^2}, \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^{x^2} - x^2 - \cos y}{x^2 + y^2}.$$